

УДК 621.923

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ НА ТОЧНОСТЬ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ПРИ ЗУБОШЛИФОВАНИИ

д-р техн. наук, проф. Н.Н. ПОПОК
(Полоцкий государственный университет);
Д.Г. ЛАТУШКИН; Ю.Е. МАХАРИНСКИЙ; Н.В. ПУТЕЕВ
(Витебский государственный технологический университет)

Исследуется влияние технологических факторов на шероховатость поверхности зубчатых колес после шлифования. Сформулированы задачи исследования. Приведены результаты экспериментов. Выполнено математическое моделирование изучаемого процесса. Приведена формула для прогнозирования изменения шероховатости зубчатых колес в зависимости от параметров скорости шлифовального круга, а также вертикальной и радиальной подачи круга.

Ключевые слова: зубчатые колеса, шероховатость, зубошлифование, рациональные режимы, точность, моделирование процесса.

Метод зубошлифования – один из распространенных методов финишной обработки зубьев цилиндрических колес, обеспечивающий 3...6-ю степень точности их поверхностей по ГОСТ 1643 [1]. Назначение рациональных режимов при зубошлифовании предусматривает наибольшую производительность при высоком качестве боковых поверхностей зубьев колес. В рекомендуемых режимах шлифования, как правило, указывается диапазон значений параметров [2].

Для назначения оптимальных режимов приходится проводить обработку опытной партии заготовок, что влечет дополнительные временные и денежные траты. Математическая модель влияния технологических факторов на шероховатость боковой поверхности зубьев позволит более рационально назначать режимы шлифования колес.

Методика проведения экспериментов

Исследования выполнялись в производственных условиях ОАО «Вистан» (Витебск).

Объектами исследования являлись зубчатые колеса 16BT20.20.205 со следующими параметрами:

- модуль $m = 2,25$ мм;
- число зубьев $z = 21$;
- степень точности 6-B;
- твердость зубьев после термообработки 46...54 HRC;
- шероховатость зубьев $Ra\ 0,32$ мкм;
- материал сталь 40X ГОСТ 4543.

Обработка деталей производилась на станке модели 5B833 червячным шлифовальным кругом. В ходе экспериментов использовались червячные шлифовальные круги из электрокорунда белого 24А зернистостью 12...25, твердостью СМ1. Перед проведением каждого опыта выполнялась правка круга стальным накатником.

Для исследования были выбраны следующие факторы:

- скорость круга – V_k , м/с;
- радиальная подача – t , мм/ход;
- вертикальная подача – S_v , мм/об дет.;

Значения уровней и интервалов варьирования факторов приведены в таблице 1.

Таблица 1. – Значения уровней и интервалов варьирования факторов, выбранных для эксперимента

Наименование и обозначение факторов	Уровни варьирования			Интервалы варьирования
	–1	0	+1	
Скорость круга – x_1 , м/с	30	35	40	5
Радиальная подача – x_2 , мм/ход	0,04	0,05	0,06	0,01
Вертикальная подача – x_3 мм/об дет.	1	1,5	2	0,5

С целью выяснить, как влияют технологические факторы на шероховатость боковой поверхности зубьев колес, проведен эксперимент, в котором:

- число факторов $k = 3$;
- число уровней $p = 2$;
- число опытов $N = 8$;
- число повторных опытов $n = 5$.

Матрица планирования и результаты эксперимента приведены в таблице 2.

Таблица 2. – Матрица планирования эксперимента

Номер опыта	Матрица планирования								Рабочая матрица			Результаты эксперимента, y_{it} , мкм	Среднее значение \bar{y}_i , мкм
	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1 x_2	x_1 x_3	x_2 x_3	x_1 x_2 x_3	скорость круга, м/с	радиальная подача, мм/ход	вертикальная подача, мм/об дет.		
1	+	+	+	-	+	-	-	-	40	0,06	1	0,17 0,22 0,30 0,27 0,32	0,25
2	+	-	+	-	-	+	-	+	30	0,06	1	0,25 0,29 0,20 0,23 0,18	0,23
3	+	+	-	-	-	-	+	+	40	0,04	1	0,30 0,26 0,16 0,31 0,25	0,25
4	+	-	-	-	+	+	+	-	30	0,04	1	0,22 0,21 0,38 0,32 0,19	0,26
5	+	+	+	+	+	+	+	+	40	0,06	2	0,28 0,23 0,25 0,15 0,34	0,25
6	+	-	+	+	-	-	+	-	30	0,06	2	0,31 0,19 0,20 0,20 0,30	0,24
7	+	+	-	+	-	+	-	-	40	0,04	2	0,25 0,28 0,18 0,36 0,22	0,26
8	+	-	-	+	+	-	-	+	30	0,04	2	0,28 0,14 0,33 0,30 0,25	0,26

Анализ результатов эксперимента

После проведения эксперимента выполнена статистическая обработка результатов. Определены ошибки повторных (параллельных) опытов. Среднеквадратичное отклонение находим по выражению [3]:

$$S_i^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}. \quad (1)$$

Данные расчетов сведены в таблицу 3.

Таблица 3. – Среднеквадратичные отклонения опытов

Номер опыта	1	2	3	4	5	6	7	8
S_i^2	0,0217	0,0224	0,0214	0,0226	0,0222	0,0231	0,0213	0,0228
S_i	0,147	0,149	0,146	0,150	0,149	0,152	0,146	0,151

Дисперсия воспроизводимости рассчитывается по следующей формуле:

$$s_{\{y\}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y})^2}{N \cdot (n-1)} = \frac{\sum_{i=1}^N S_i^2}{N}. \quad (2)$$

Из расчета получаем $s_{\{y\}}^2 = 0,0221$.

Проверку однородности дисперсий можно выполнять по критериям Фишера и Кохрена.

Проверка по критерию Фишера:

$$F_{\text{расч.}} = \frac{S_{\text{max}}^2}{S_{\text{min}}^2} = \frac{S_6^2}{S_7^2}. \quad (3)$$

Получаем $F_{\text{расч.}} = 1,08$.

Табличное значение критерия Фишера $F_{\text{табл.}} = 6,4$ [3].

Так как табличное значение больше расчетного, то дисперсии считаются однородными.

Проверка по критерию Кохрена:

$$G_{\text{расч.}} = \frac{S_{\text{max}}^2}{\sum_{i=1}^N S_i^2}. \quad (4)$$

Получаем $G_{\text{расч.}} = 0,130$.

Табличное значение критерия Кохрена $G_{\text{табл.}} = 0,396$ [3].

Таким образом, выполнено условие $G < G_{\text{табл.}}$: $0,130 < 0,396$, значит, дисперсии однородны.

Уравнение математической модели с учетом парных взаимодействий имеет вид

$$y' = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + b_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + b_{13} \cdot x_1 \cdot x_3 + b_{23} \cdot x_2 \cdot x_3 + b_{123} \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3. \quad (5)$$

Коэффициенты регрессии при полном факторном эксперименте определяют по выражениям:

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^N y'_i}{N}. \quad (6)$$

$$b_i = \frac{\sum_{i=1}^N x_{iu} \cdot y'_i}{N}. \quad (7)$$

$$b_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^N x_{iu} \cdot x_{ju} \cdot y'_i}{N}, \quad i \neq j. \quad (8)$$

$$b_{ijk} = \frac{\sum_{i=1}^N x_{iu} \cdot x_{ju} \cdot x_{ku} \cdot y'_i}{N}, \quad i \neq j \neq k. \quad (9)$$

Коэффициенты регрессии, рассчитанные по вышеприведенным выражениям, имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} b_0 &= 0,25; & b_1 &= 0,158; \\ b_2 &= 0,088; & b_3 &= 0,0504; \\ b_{12} &= 0,1526; & b_{13} &= -0,0348; \\ b_{23} &= 0,114; & b_{123} &= 0,0384. \end{aligned}$$

С учетом значения дисперсии воспроизводимости $s_{\{y\}}^2 = 0,0221$ и доверительной вероятности $\alpha = 0,95$ рассчитываются границы доверительных интервалов для коэффициентов регрессии:

$$\Delta b_i = \pm \frac{t \cdot s_{\{y\}}^2}{\sqrt{N}} = \pm 0,146. \quad (10)$$

Сравнивая значения коэффициентов регрессии с границами доверительных интервалов, видим, что коэффициенты b_3 , b_{13} и b_{23} незначимы. Но, так как b_3 – линейный коэффициент, величина которого близка к Δb_i , решено его не исключать.

Уравнение математической модели имеет вид

$$y' = 0,25 + 0,158 \cdot x_1 + 0,088 \cdot x_2 + 0,0504 \cdot x_3 + 0,152 \cdot x_1 \cdot x_2 + 0,114 \cdot x_2 \cdot x_3. \quad (11)$$

Проверяем адекватность полученного уравнения.

Вычисляем теоретические значения параметра оптимизации y' , величину ошибки Δy .

Полученные результаты представлены в таблице 4.

Таблица 4. – Теоретические значения параметра оптимизации

Номер опыта	1	2	3	4	5	6	7	8
y'	0,2448	0,2244	0,2449	0,2552	0,2447	0,2348	0,2550	0,2553
Δy	0,0052	0,0056	0,0051	0,0048	0,0053	0,0052	0,0050	0,0047
Δy^2	0,000027	0,000031	0,000026	0,000023	0,000028	0,000027	0,000025	0,000022

Рассчитаем дисперсию адекватности:

$$S_{a\partial}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\bar{y} - y')^2}{f} = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta y^2}{f}, \quad (12)$$

где f – число степеней свободы, $f = N - (k + 1) = 8 - (3 + 1) = 4$,

тогда

$$S_{a\partial}^2 = \frac{0,1902}{4} = 0,04755.$$

Адекватность математической модели определяется по критерию Фишера:

$$F_{расч} = \frac{S_{a\partial}^2}{s_{\{y\}}^2} = \frac{0,04755}{0,02221} = 2,1515. \quad (13)$$

Так как табличное значение больше расчетного ($2,1515 < 6,4$), то модель является адекватной. Окончательно модель имеет следующий вид:

$$Ra = 0,25 + 0,158 \cdot V_{\kappa} + 0,088 \cdot t + 0,0504 \cdot S_{\theta} + 0,152 \cdot V_{\kappa} \cdot t + 0,114 \cdot V_{\kappa} \cdot S_{\theta}. \quad (14)$$

Полученное соотношение показывает взаимосвязь шероховатости Ra обработанной поверхности с такими факторами, как скорость круга, радиальная подача и вертикальная подача.

На параметр оптимизации перечисленные факторы влияют пропорционально, на что указывают линейные эффекты. Наибольшее влияние оказывают скорость круга и парное взаимодействие скорости круга и радиальной подачи. В наименьшей степени влияет вертикальная подача.

Заключение

По результатам экспериментальных исследований предложена математическая модель зависимости шероховатости боковой поверхности зубьев цилиндрических зубчатых колес от технологических факторов, таких как:

- *скорость* шлифовального круга;
- *вертикальная подача*;
- *радиальная подача*.

Модель позволяет прогнозировать качество обработанной поверхности зубьев колес при заданных параметрах режима шлифования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи зубчатые цилиндрические. Допуски : ГОСТ 1643-81 ; Введ. 21.04.1981. – М. : Изд-во стандартов, 1981. – 42 с.
2. Сильвестров, Б.Н. Справочник молодого зуборезчика : учеб. пособие / Б.Н. Сильвестров. – М. : Высш. шк., 1981. – 199 с.
3. Основы теории проектирования технических систем : учеб. пособие для студентов вузов / Е.И. Махаринский [и др.] ; УО «ВГТУ». – Витебск : Витеб. гос. технол. ун-т, 2009. – 354 с.

Поступила 02.02.2017

MODELING OF THE TECHNOLOGICAL FACTORS INFLUENCE ON THE PRECISION OF GEARS IN THE TOOTH REGRINDING

N. POPOK, D. LATUSHKIN, Y. MAHAKINSKY, N. PUTEEV

The influence of technological factors on the roughness of the surface of the gear wheels after grinding is investigated. The research tasks are formulated. The results of experiments are presented. The mathematical modeling of the process under study was performed. A formula for predicting changes in the roughness of gears, depending on the parameters of the grinding wheel speed, as well as the vertical and radial feed rates of the wheel is given.

Keywords: *gears, roughness, tooth regrinding, rational modes, accuracy, modeling process.*